EXPERIMENTANDO CON LONGITUDES Y ÁREAS

José Mª Contreras Beltrán, *Dpto de Geometría y Topología, Universidad de Sevilla, chema_cb10@hotmail.com*
Isabel Duarte Tosso, *Dpto de Geometría y Topología, Universidad de Sevilla, isabel92_dt@hotmail.com*
Juan Núñez Valdés, *Dpto de Geometría y Topología, Universidad de Sevilla, jnvaldes@us.es*

RESUMEN.

En esta comunicación se describe una experiencia pedagógica realizada por los autores en una clase de Matemáticas de 3º de Secundaria de un I.E.S. de Sevilla capital, con el objetivo de hacerles a los alumnos algo más interesantes y motivadores los conceptos geométricos que normalmente se estudian desde un punto de vista exclusivamente teórico. Se desea que sean ellos mismos los que descubran algunas propiedades de las áreas de las distintas figuras geométricas planas que pueden construirse con una cuerda de longitud constante dada.

Nivel educativo: Secundaria.

1. INTRODUCCIÓN.

Uno de los recursos metodológicos que el profesor/a de Matemáticas de cualquier nivel puede utilizar en sus clases consiste en aprovechar el interés que suele producir en los alumnos la narración y posterior explicación comprensiva de determinados hechos de la Historia de las Matemáticas que estén relacionados bien con el contenido del tema que se vaya a comenzar a explicar, bien con el matemático o matemática que lo descubrió. Por descontado, siempre adaptada esta narración a la edad de los alumnos a los que se dirige.

En esta línea, la leyenda de la fundación de Cartago por la reina Dido puede ser aprovechada por el profesor para la introducción y consolidación de los conceptos geométricos de longitudes y áreas de figuras planas ya conocidas por los alumnos (por razones de extensión no podemos incluir aquí esta leyenda. Puede consultarse en (Barceló, 2009), por ejemplo).

En esta línea, se presenta en esta comunicación una experiencia pedagógica realizada por los autores en una clase de Matemáticas de 3º de Secundaria de un I.E.S. de Sevilla capital, consistente en hacer que los alumnos, a partir de la narración de la leyenda anteriormente comentada, calculasen por sí mismos, sobre una maqueta construida al efecto, el área de varios tipos de figuras planas, tanto conocidas, polígonos o circunferencias, como del contorno que ellos mismos quisiesen, determinando experimentalmente además la denominada ya en cursos superiores "desigualdad isoperimétrica": qué figura presenta mayor área para una longitud de su contorno (perímetro, en el caso de los polígonos) fijada de antemano (véase Herrero, 2011, para mayor información).

2. LA EXPERIENCIA REALIZADA.

Se comenta en esta sección la experiencia realizada, con indicación de sus características y datos más importantes.

2.1. DATOS TÉCNICOS DE LA EXPERIENCIA.

- Lugar: I.E.S. Ramón Carande, de Sevilla capital.
- Curso y Grupo: 3º E.S.O., grupo A.
- Día de realización: Jueves, 7 de marzo de 2013.
- Horario. De 14 a 15 horas, durante la clase de Matemáticas.
- Lugar: I.E.S. Ramón Carande, de Sevilla capital.
- Profesor del I.E.S.: D. José María García Padilla, Profesor de Matemáticas de Bachillerato.
- Número de Alumnos: 28, de los cuales 11 son varones (39.3%) y 17 mujeres (60.7%).
- Material utilizado en la experiencia:
  a) Cuestionario de 10 preguntas sobre perímetros y áreas en general, que deberían ser conocidas por los alumnos.
  b) Maqueta prismático rectangular de capelina de dimensiones 100x70x1 cm. en la que los alumnos podían experimentar el cálculo de áreas de figuras planas.
  c) Cuerda de 120 cm para fijar de esa manera el perímetro de las figuras.
  d) Juego de 30 barritas cilíndricas de 5 cm de altura que permitían delimitar el contorno de las figuras que los alumnos deseasen "dibujar" sobre la maqueta, al incrustarse en los orificios practicados al efecto formando un reticulado en la misma.
- Incidencias: A esta experiencia asiste, invitado expresamente por el profesor de la asignatura y los autores de la misma, Don Manuel Pérez Espina, catedrático de Matemáticas de Bachillerato ya jubilado de este centro, responsable de haber concertado esta visita. Asimismo a los autores les acompañaron durante toda la experiencia dos alumnas de la Facultad de Matemáticas, Alba González Parra y Ana Pámpano Muñiz, que amable y desinteresadamente se habían prestado a colaborar como reporteras gráficas, al objeto de poder documentar con fotografías todo lo sucedido durante la experiencia. Ellas son las autoras de todas las fotos que aparecen en esta comunicación y desde aquí los autores aprovechamos para agradecerles muy sinceramente esta colaboración.

Figura 1. Material utilizado en la experiencia.

2.2. LUGAR DE LA EXPERIENCIA.

El centro elegido para desarrollar la experiencia fue, como ya se ha indicado, el I.E.S. Ramón Carande, de Sevilla capital.

Este Instituto está ubicado en el Sur de Sevilla, entre las barriadas de las Tres Mil Viviendas y el Tiro de Línea. Las Tres Mil Viviendas es un barrio deprimido, con problemas de droga y delincuencia, lo que influye en el comportamiento y otras características de los alumnos que proceden de él (un 60%). El Tiro de Línea es un barrio de gente trabajadora, no pudiéndose calificar como de clase media-alta por su nivel de estudios y poder adquisitivo, sino inferior. De este último procede un 40% de los alumnos del centro.

En la actualidad el Instituto escolariza alumnos con un perfil psicológico que refleja un bajo nivel de autoestima, participando en una escala de valores en la que no aparece de forma definida la importancia del conocimiento ni de la educación como algo crucial para su futuro.

Los alumnos tienen una tasa de fracaso escolar media-alta debido a sus condiciones socioculturales (familias gitanas desestructuradas con escaso interés por los estudios de sus hijos, en muchos casos) y económicas; el nivel de competencia curricular del alumnado de nuevo ingreso en el centro es medio-bajo, existiendo en 1º de ESO un porcentaje significativo de alumnos con necesidades específicas no diagnosticadas.

Por todo ello, en este centro son bastante comunes las siguientes características del alumnado:

- Abandono del estudio por incapacidad de seguir la marcha de la clase.
- Pérdida del interés por la asistencia al centro, al no poder integrarse en el trabajo cotidiano.
- Aparición de conflictos con el profesorado y con sus compañeros.
- Aparición del absentismo a partir de los 14 años como forma habitual de reaccionar a un modelo que no satisface las necesidades y expectativas del alumno, cada vez más alejado de la marcha del grupo.
- Alejamiento del alumno de las normas que regulan la vida del centro.

Finalmente, indicar que el número de alumnos del centro se acerca ligeramente a los 600, con un número de grupos de 21, y 28 alumnos de ratio media. El criterio de agrupamiento de los alumnos es por nivel de conocimientos, siendo los grupos A los de nivel más alto, y los D los de nivel más bajo (nuestra experiencia tuvo lugar en el curso 3º de la ESO, grupo A, aunque esta circunstancia se debió más a ventajas de horario por parte del profesor y de los propios autores que a otro tipo de razones).

2.3. EL CUESTIONARIO.

La idea de pasarles un cuestionario a los alumnos, anónimo por otra parte, se debió únicamente al hecho de que los autores deseábamos disponer de una serie de datos que nos permitiesen hacer un análisis cuantitativo de la experiencia, aparte del propiamente cualitativo. Como se les comentó a los alumnos cuando se les repartió, no se trataba de que pasasen ninguna prueba o control, mucho menos un examen; de hecho se les pidió explícitamente que no pusiesen su nombre, rogándoles a cambio que procurasen contestarlo de la mejor forma posible con objeto de tener con posterioridad datos fiables que permitiesen evaluar esta experiencia. Ese cuestionario, para cuya respuesta se les dio diez minutos a los alumnos, dado que las preguntas se referían a fórmulas que o bien ellos debían saber o bien les podían ser desconocidas, por lo que no necesitaban mucho que pensar, fue el siguiente:

I.E.S. Ramón Carande. CUESTIONARIO. Sevilla, 4 de marzo de 2013

JUSTIFICAR ADECUADAMENTE

1.- ¿Qué es el perímetro de una figura plana?
2.- Escribe la fórmula del perímetro de un triángulo equilátero, si su lado lo representamos por la letra l.
3.- Escribe la fórmula del perímetro de un triángulo rectángulo, si sus catetos los representamos por las letras b y c, y su hipotenusa por la letra a.
4.- Escribe la fórmula del perímetro de un cuadrado, si su lado lo representamos por la letra l.
5.- Escribe la fórmula del perímetro de un trapecio isósceles, si sus bases las representamos por las letras b y c, y sus otros dos lados iguales los representamos por la letra d.
6.- Escribe la fórmula del perímetro de un pentágono regular, si su lado lo representamos por la letra l.
7.- Escribe la fórmula del perímetro de un octógono regular, si su lado lo representamos por la letra l.
8.- Escribe la fórmula de la longitud de una circunferencia, si su radio lo representamos por la letra r.
9.- Escribe la fórmula del área de un triángulo equilátero, si su lado lo representamos por la letra l.
10.- Escribe la fórmula del área de un triángulo rectángulo, si sus catetos los representamos por las letras b y c, y su hipotenusa por la letra a.
11.- Escribe la fórmula del área de un cuadrado, si su lado lo representamos por la letra l.
12.- Escribe la fórmula del área de un rombo, si su diagonal mayor la representamos por la letra D y la menor por la letra d.
13.- Escribe la fórmula del área de un rectángulo, si sus lados distintos los representamos por las letras a y b.
14.- Escribe la fórmula del área hexágono regular, si su lado lo representamos por la letra l.
15.- Escribe la fórmula del área de un círculo de radio r.
16.- Escribe el nombre de cualquier figura geométrica plana que conozcas, distinta de las anteriores, e indica las fórmulas de su perímetro y de su área.

La tabla 1 refleja las respuestas dadas por los alumnos a las preguntas del cuestionario anterior, algunas de ellas con sus correspondientes aclaraciones.

<table>
<tr><th>Preguntas</th><th colspan="3">Bien</th><th>Regular</th><th>Mal</th><th>NC</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td colspan="3">Longitud de su contorno: 5</td><td rowspan="2">Todo lo que mide la figura: 2</td><td>Es la superficie de la figura: 1</td><td rowspan="2">0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Suma de todos sus lados: 19</td><td>Parte exterior de la figura: 1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>Suma</td><td>Producto 3*l</td><td>Producto l*3</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">14</td><td rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>5</td><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td><td>14</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>Suma</td><td>Producto 4*I</td><td>Producto I*4</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">11</td><td rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>6</td><td>6</td><td>0</td></tr>
<tr><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>19</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6</td><td>Suma</td><td>Producto 5*I</td><td>Producto I*5</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">15</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3</td><td>6</td></tr>
<tr><td rowspan="2">7</td><td>Suma</td><td>Producto 8*I</td><td>Producto I*8</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">3</td><td rowspan="2">13</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3</td><td>6</td></tr>
<tr><td>8</td><td colspan="3">8</td><td>0</td><td>4</td><td>16</td></tr>
<tr><td>9</td><td colspan="3">0</td><td>0</td><td>9</td><td>19</td></tr>
<tr><td>10</td><td colspan="3">0</td><td>0</td><td>6</td><td>22</td></tr>
<tr><td>11</td><td colspan="3">1</td><td>0</td><td>1</td><td>26</td></tr>
<tr><td>12</td><td colspan="3">0</td><td>0</td><td>3</td><td>25</td></tr>
<tr><td>13</td><td colspan="3">4</td><td>0</td><td>2</td><td>22</td></tr>
<tr><td>14</td><td colspan="3">0</td><td>0</td><td>4</td><td>24</td></tr>
<tr><td>15</td><td colspan="3">0</td><td>0</td><td>5</td><td>23</td></tr>
<tr><td>16</td><td colspan="3">0</td><td>1</td><td>2</td><td>25</td></tr>
</table>

Tabla 1. Resultados del cuestionario.

2.4. DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA.

El día ya indicado, con una antelación de media hora sobre la hora de comienzo de la clase, los autores nos presentamos en el I.E.S., donde ya nos estaba esperando el profesor que se había encargado de hacer la gestión. Acompañados por él, nos dirigimos a Conserjería para dar cuenta de nuestra llegada y pedirle al conserje que avisara de nuestra llegada a D. José María García, profesor responsable de la clase en la que iba a tener lugar la experiencia.

Curiosamente, en el momento de preguntarle al conserje por D. José María surgió, de forma imprevista, la primera de las anécdotas de nuestra visita. Un alumno que estaba hablando informalmente con el conserje, al oír el nombre del profesor, comentó jocosamente: *"¿Preguntan por José María (sic)? ¿Vienen a llevárselo a la cárcel?"*

Al decirnos el conserje que el citado profesor estaba en clase y que aún tardaría unos veinte minutos en salir, el profesor que nos hizo la gestión, miembro anterior del claustro del centro y ya jubilado, nos enseñó las instalaciones del instituto, aprovechando de paso para saludar a los compañeros de su época que encontraba, que aún permanecían en el mismo. Nos presentó también a la Directora y Jefe de Estudios, que muy amablemente se pusieron a nuestra disposición para cuanto necesitásemos y nos agradecieron asimismo esta iniciativa (quizás sobren en esta comunicación este tipo de consideraciones previas, pero es deseo de los autores incluirlas en el mismo, dado que no ocurre igual en algunos otros centros, en los que este tipo de actividades no parecen estar bien vistas, aunque ciertamente estos últimos son una minoría dentro de la experiencia en las mismas que posee uno de los autores, antiguo catedrático de Matemáticas de Bachillerato).

Pues bien, una vez ya en el aula, la experiencia se realizó de la siguiente forma: en primer lugar el profesor de la asignatura les dijo a los alumnos que nosotros éramos profesores de la Facultad de Matemáticas aunque sin dar nombres, y les indicó que éramos nosotros los que íbamos a dirigir la clase durante esa hora. Asimismo, recogió todas las autorizaciones firmadas por los padres de los alumnos, en las que se les explicaba a éstos en qué iba a consistir esta actividad (redactadas por nosotros y entregadas en días anteriores por el profesor a sus alumnos) y se les pedía permiso para poder sacar fotografías durante la sesión. Como tres alumnos no tenían esas autorizaciones de sus padres, el profesor les comentó a ellos y a las reporteras que nos acompañaban que éstos no podían salir en las fotos que se tomasen (por eso no aparecen en la foto final de grupo que se realizó (véase Figura 8), a pesar de haber participado en la actividad).

Después, uno de nosotros se auto-presentó y presentó a los alumnos a sus dos compañeros y a las dos colaboradoras, y les explicó brevemente en qué iba a consistir la experiencia. Seguidamente, los autores pasaron a repartir el cuestionario, volviéndolo a recoger ya relleno unos diez minutos más tarde (en adelante nos referiremos indistintamente a los autores de esta comunicación como autores o como profesores).

Como anécdotas al respecto, comentar que uno de los alumnos presentes, Dani, indicó que él había respondido ya ese cuestionario porque era repetidor y había participado como alumno en una experiencia similar a ésta, preguntando además si la maqueta que llevábamos era la misma que la del año anterior. Tras advertírsele que no y que ese cuestionario era distinto del anterior, pasó ya a responderlo.


Figura 2. Repartiendo el cuestionario.


Figura 3. Alumnos respondiendo al cuestionario

Anécdotas surgidas durante el tiempo en el que iban haciendo el cuestionario:

- Marina y Ana (les pedimos que se identificaran solamente por el nombre), dos chicas de la clase, confundieron la letra "l" con el numero 1.
- Algunos alumnos no sabían escribir correctamente el símbolo □.
- Ana dijo: "*No he hecho mucho, pero creo que está aprobado*"
- María indicó: "*Esto es peor que dar la clase con el profesor*", (aunque al final de la clase cambio de opinión y comentó que había sido divertida).
- Alex dijo: "*No me mires mi cuestionario ahora*".

Una vez recogido el cuestionario, uno de los profesores se dirigió a los alumnos para proponerles un juego: los alumnos formaron tres grupos y el profesor entregó un sobre a un representante de cada uno de los grupos, que contenía en su interior nueve papeletas dobladas numeradas del 1 al 9. Después, les pidió a esos representantes que sacaran tres de esas papeletas del sobre sin mirarlas. El juego consistía en que con esas tres papeletas sacadas, cada una de ellas con un dígito escrito, cada grupo debería formar un número de tres dígitos constituido por esas tres cifras en un orden que ellos debían pensar. El ganador del juego sería aquel grupo que hubiese formado el mayor de los tres números de tres cifras que se indicasen. Como es lógico, ganó el grupo que había tenido la suerte de que entre sus tres cifras se hubiese podido formar el número más grande posible de los tres. Los tres grupos sacaron respectivamente 6, 4, 7; 1, 7, 8; 4, 9, 1. Y los componentes de cada grupo no tuvieron dudas en escribir los números: 764, 871, 941. Raúl tras sacar las cifras dijo: "*¿Las canto como en la lotería?*" a lo que Ana contestó "*¡Bingo!*".

Los alumnos comentaron que, efectivamente, ganar era sólo cuestión de suerte, pero el profesor les indicó a su vez que, ciertamente, solo era cuestión de suerte al haber sacado los tres números más adecuados de su sobre, pero que en realidad, ninguno de ellos había dudado al formar el mayor número posible con las tres cifras que les habían tocado, por lo que habían desarrollado una estrategia totalmente adecuada, sino para ganar, sí por lo menos para haber hecho todo lo que estuviera en su mano para hacerlo.

A continuación, el mismo profesor les dijo a los alumnos que les iba a contar una historia que, en principio, parecía que no tenía nada que ver con el juego anterior ni con la geometría, pero que si la pensaban bien, estaba relacionada totalmente con ambos aspectos. Se trataba de la historia/leyenda de la fundación de la ciudad de Cartago por la reina Dido.

Ana preguntó si Cartago era imaginaria y, tras responderle el profesor que la ciudad era real, comentó, además, que "*el juego tenía trampa*". Isa dijo que ella no aceptaba el trato, "*porque lo que pone debajo de la piel no te lo quedas, solo es lo de fuera. Si fuese entero sí*".

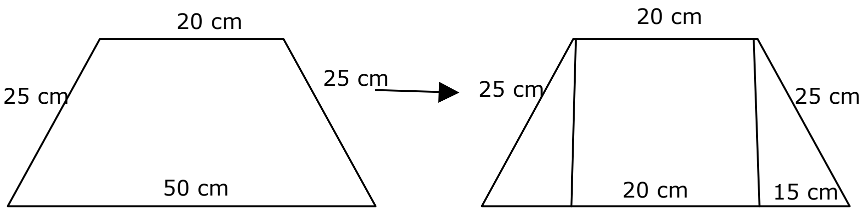
Terminada la historia y antes de pasar a enseñar la maqueta a los alumnos, los profesores les enseñaron a éstos en su portátil, las fotos que habían tomado en su visita de los dos años anteriores, comentándoles que, de ser posible, realizarían una actividad similar el año próximo, y que entonces ellos serían los protagonistas de esas fotos, ya que Isa había preguntado si ellos podrían ver las fotos de esta sesión.

Seguidamente, los otros dos profesores mostraron la maqueta a los alumnos, explicándoles que a continuación se les iba a proponer un reto. El problema era el siguiente: *"Un banco ha decidido comprar un terreno a uno de nosotros y nos han dado un perímetro fijo. El dinero que recibiremos por el terreno será proporcional al área del mismo. ¿Qué forma debe tener el terreno para conseguir la mayor cantidad de dinero?"*

Les pedimos a los alumnos que se agrupasen en torno a la maqueta, y se les preguntó si pensaban que todas las figuras que pudieran construir utilizando para ello las barritas y rodeándola con la cuerda, tuviesen la forma que tuviesen, iban a tener la misma área. Es decir, si tuviese el terreno la forma que tuviese, íbamos a ganar el mismo dinero. Nueve respondieron afirmativamente, y el resto, salvo uno que no dijo nada, lo negaron.

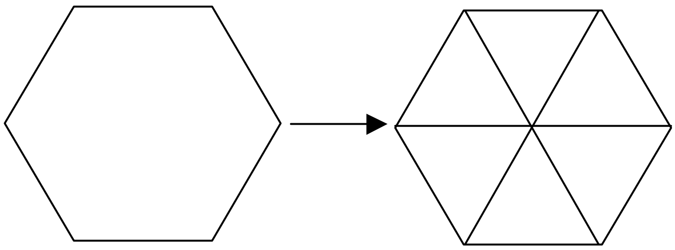
Figura 4. Los alumnos agrupados alrededor de la maqueta.

Comenzamos por el triángulo rectángulo. Se les preguntó de qué forma podíamos calcular el área conociendo cuánto medía cada cateto (30 y 40 cm. respectivamente) y, rápidamente, nos dijeron que la fórmula era (base*altura)/2, es decir, que el área era 600cm2. A continuación, preguntamos qué creían que podía pasar si calculábamos el área del cuadrado. Tras calcularla, (900cm2), volvimos a preguntar si aún pensaban que todas iban a tener igual área. Cuál fue nuestra sorpresa cuando, a pesar de la evidencia, hubo un par de alumnos que seguían pensando que el área iba a ser constante entre todas las figuras. Álvaro preguntó que porqué no calculábamos el área del trapecio, que él creía que tenía mayor área que el cuadrado. Le dimos la cuerda y, con ayuda de sus compañeros, dibujaron un trapecio sobre la maqueta. Acto seguido, uno de los profesores, con ayuda de los alumnos, calculó en la pizarra el área. Como ninguno de los alumnos conocía el área del trapecio, dedujimos el área dividiendo la superficie de la siguiente forma:



Por tanto, el área resultante sería la suma del área del cuadrado y el área de los dos triángulos: 400 + 2*150 = 700 cm^2.

Como último ejemplo intentamos construir en la maqueta un hexágono, y preguntamos a los alumnos cómo podríamos calcular su área. Una alumna respondió que se podía calcular el área del hexágono de la siguiente forma: calculando el área de uno de los triángulos y multiplicándola por el número de lados, en este caso, 6.



20 cm

Sin embargo, no tuvimos tiempo suficiente para calcular dicha área, pues la hora de clase de la que disponíamos estaba llegando a su fin. Por eso decidimos decirles a los alumnos que la fórmula del área era: perímetro*apotema/2. Pero al parecer ningún alumno conocía el significado de la apotema, así que, optamos por darles el resultado numérico de dicha área ($600\sqrt{3} \approx 1039{,}23$) para poder terminar con la tarea.

Los profesores les preguntamos a los alumnos que, con los resultados vistos hasta el momento, qué figura pensaban que tendría mayor área de entre todas las que conocían. Uno de los alumnos comentó que el mayor área la tendría aquella figura que tuviese infinitos lados. Fue entonces cuando Álvaro se dio cuenta que un polígono con infinitos lados muy pequeños sería una circunferencia.

Como ya prácticamente estaba finalizando la clase, uno de los autores no quiso acabar esta experiencia sin sorprender un poco a los alumnos, para lo que les propuso el siguiente enigma: *"Decidme una palabra en castellano que tenga cinco "i". Ya os aviso de que es dificilísimo."* Rápidamente, un grupo de alumnos encontró la respuesta acertada, siendo Iván el primero en decir que la palabra era, precisamente, *"dificilísimo"*.

Para que quedara recuerdo de la realización de esta experiencia las reporteras gráficas tomaron una foto del grupo de alumnos acompañados por los profesores, que se muestra a continuación.

Figura 5. Alumnos y profesores.

4. CONCLUSIONES.

A raíz de la experiencia comentada, los autores desean indicar a continuación algunas conclusiones que han obtenido de su realización. Obviamente, no se pretende generalizar, dado que la muestra no es en absoluto significativa, pero sí es cierto que lo observado puede ser interesante como objeto de debate entre el profesorado. Estas conclusiones son las siguientes:

1. Los alumnos se mostraron especialmente interesados en seguir las explicaciones de los profesores y en contestar sin ningún tipo de temor las preguntas de los mismos. Es posible que el hecho de que estos profesores no fuesen los que ellos tienen habitualmente les supusiese menos problemas para adoptar esta conducta.
2. Es indudable que el hecho de llevar a clase maquetas, póster y otro tipo de herramientas favorece ampliamente las explicaciones del profesor y contribuye a mejorar el interés y la motivación de los alumnos.
3. A nivel de 3º de Secundaria los alumnos poseen un gran desconocimiento de los conceptos geométricos en general. Han oído hablar de rectas, circunferencias y polígonos, pero poco más. Y en cuanto a las fórmulas de perímetros y áreas de estas figuras, su desconocimiento es casi total.
4. No obstante, es de destacar el nivel de razonamiento de algunos de estos alumnos, sobre todo, los que triangularizaron un hexágono para poder calcular su área en función de los seis triángulos equiláteros resultantes.
5. A la pregunta oral realizada a los alumnos por los profesores de si les gustaría repetir este tipo de clase con otra experiencia distinta la respuesta afirmativa fue abrumadora, lo cual significa que podría ser interesante para el profesor de la asignatura tener previstas dos o tres experiencias similares a realizar por otros compañeros, para ir mostrándolas a lo largo de la misma.

REFERENCIAS.

FALCONER, K.J. (1990). *Fractal Geometry*, John Willey & Sons, New York.

MANDELBROT, B. (1977). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*, Metatemas 49, 150–157.